

Concepción de los estudiantes acerca de la noción de paralelogramo a la luz del análisis preliminar de la ingeniería didáctica

David Andrés Bello López

dma_dbello728@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá – Colombia)

Soor Katharine Poloche Arango

dma_spoloche014@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá – Colombia)

Jeimmy Catalina Zapateiro Segura

dma_jzapateiro413@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá – Colombia)

Resumen

Se reporta una experiencia de aula realizada con estudiantes de grado séptimo, con la finalidad de identificar algunos errores y dificultades en la representación de figuras geométricas, como acercamiento a la noción de paralelogramo. Tal experiencia consta de una fase de trabajo individual y una fase grupal para analizar la discusión entre los estudiantes durante la confrontación de sus respuestas. En el análisis se tiene en cuenta las producciones escritas elaboradas por los estudiantes, las cuales, se contrastan con un análisis previo realizado durante la elaboración de la tarea propuesta.

Palabras clave: Análisis preliminar, dificultades, errores, figura geométrica.

1. Introducción

La aproximación de los estudiantes a la noción de paralelogramo en la escuela demuestra una serie de problemáticas, en especial cuando ellos expresan sus ideas en un lenguaje natural o usando elementos matemáticos y es más notorio cuando se pide que presenten sus ideas de forma escrita. Debido a ello, se pone en práctica una tarea que incluye una serie de instrucciones y preguntas con las cuales se espera sean evidentes los errores y dificultades en las respuestas de los estudiantes. Es así, que se propone la realización un análisis preliminar desde el marco de la ingeniería didáctica de los posibles resultados.

Así, se pretende que a partir de la observación, la recolección de evidencias y el análisis de una secuencia didáctica (Artigue, 1995), se logre distinguir algunos errores y dificultades documentados en Homilka (2007), alrededor del desarrollo de prácticas argumentativas en el aula en torno de la noción de paralelogramo.

2. Referente conceptual

Las tareas realizadas bajo la concepción de la **ingeniería didáctica** incluyen el desarrollo de un análisis preliminar, el cual es presentado en las recopilaciones realizadas por Artigue como producto de su investigación. En nuestro caso, se tiene en cuenta el marco cognitivo de los conocimientos adquiridos y relacionados con paralelogramos. Para efectuar este análisis, se tiene presente que se debe articular junto con el objetivo de la investigación, en tanto Artigue (1995), presenta el análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución, el cual será relevante para este estudio.

En este sentido, nos limitamos a la indagación de las respuestas de los estudiantes a la tarea propuesta. Para ello es necesario mencionar, que esta idea se retoma desde el cuestionario que se aplicó a un grupo de estudiantes y cuyas respuestas produjeron las conclusiones presentadas por Homilka (2007). Entre estos, se presentan errores con origen en conocimientos previos, el uso inadecuado de los instrumentos de trabajo, dificultades para identificar características básicas de las figuras (ángulos, lados, paralelismo,

perpendicularidad), extraer conclusiones de las construcciones realizadas entre otras, las cuales se tomaron como base teórica para el desarrollo de nuestro estudio.

Igualmente, se decide tener en cuenta diferentes observaciones desde de la experiencia docente, en referencia a la situación que se plantea estudiar, pues en estos espacios se hallan dificultades y errores, que no son válidos desde la matemáticas escolar (Godino, Batanero y Font, 2003) y que se surgen desde el manejo de nociones básicas y conocimientos previos, elementos que se toman con gran prioridad para el análisis que pretendemos realizar.

3. Descripción de la experiencia

Características del curso

El trabajo se llevó a cabo con estudiantes de grado séptimo del Instituto Pedagógico Nacional de Bogotá, Colombia, en el espacio de la clase de matemáticas. Es un grupo heterogéneo cuyas edades oscilan entre los 12 y 14 años. Durante la actividad propuesta, atienden adecuadamente al desarrollo de la tarea.

Descripción de la actividad realizada

Con el fin de identificar los errores y dificultades que se pueden presentar en las respuestas de los estudiantes para construir la noción de paralelogramo, se elaboró una tarea instructiva que implicaba la realización de una serie de construcciones y con estas responder unas preguntas. De esta forma, se dispuso el desarrollo de la tarea en dos momentos diferentes, en la primera fase denominada individual se presentó la actividad a los estudiantes permitiendo que ellos sin ayuda alguna presentaran sus respuestas de forma escrita. La segunda fase, fue organizada de forma grupal y con el fin de generar una confrontación entre las distintas ideas obtenidas en la primera fase. A continuación se presenta cada uno de los ítems presentados en la tarea con sus respectivos análisis de respuestas.

Fase 1. Trabajo Individual

Construye un rectángulo en el cual un lado mida 3cm y el otro 7cm.

Al verificar las construcciones, en algunos estudiantes se observó imprecisión al tomar la medida de los lados del rectángulo (*ver figura 1*).

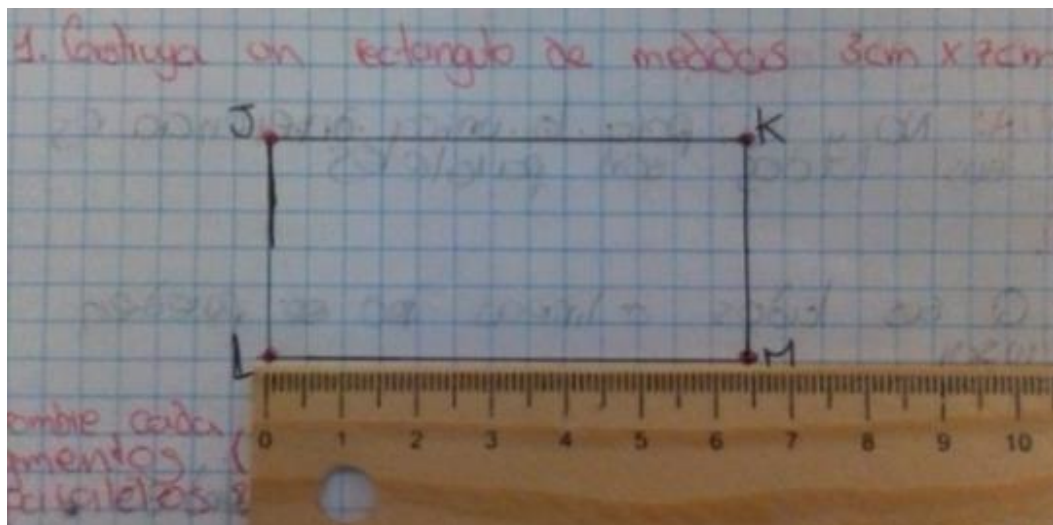


Figura 1. Comparación de las medidas realizadas por los estudiantes con una medida real.

Los estudiantes elaboraron la misma representación del rectángulo “base = 7 cm y altura 3 cm”, dejando de lado la representación del rectángulo cuya base es de 3 cm y altura 7 cm, y la representación del rectángulo girado alrededor de uno de sus vértices (*ver figura 2*). Posiblemente no se genera este tipo de construcciones, porque desde los primeros años escolares comúnmente han observado la representación de un rectángulo de base mayor a su altura, lo cual impide la construcción de un rectángulo visto desde otra perspectiva a la convencional. Según Homilka (2007), los estudiantes están acostumbrados a una única figura construida desde varias perspectivas, porque es la que quedó grabada en su mente desde la escuela primaria, en donde los docentes por lo general les muestran la misma.

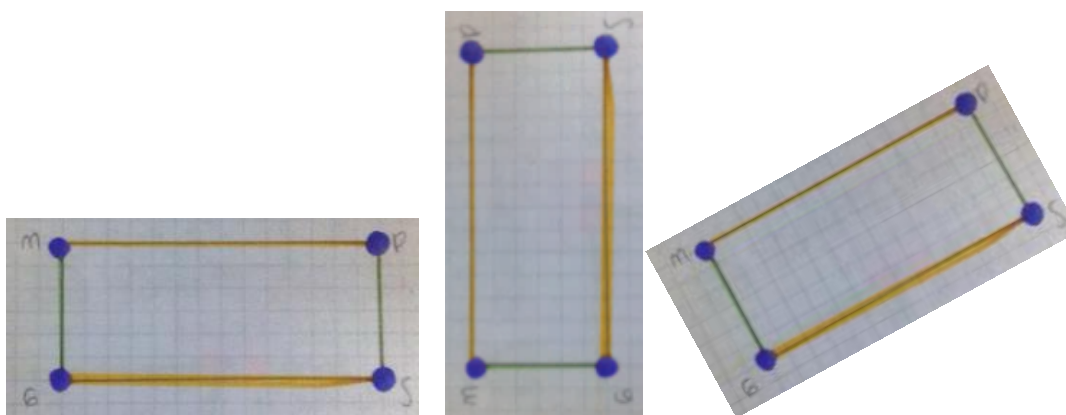


Figura 2. Representación de la misma figura en diferentes posiciones.

Nombra cada uno de los vértices del rectángulo y escribe los segmentos (lados). ¿Qué pares de lados son paralelos?

Algunos estudiantes aunque no utilizan la notación geométrica de un segmento, comunican su idea que tienen de segmento haciendo uso de convenciones y el lenguaje natural, de esta misma forma ilustran los vértices del rectángulo (ver figura 3).

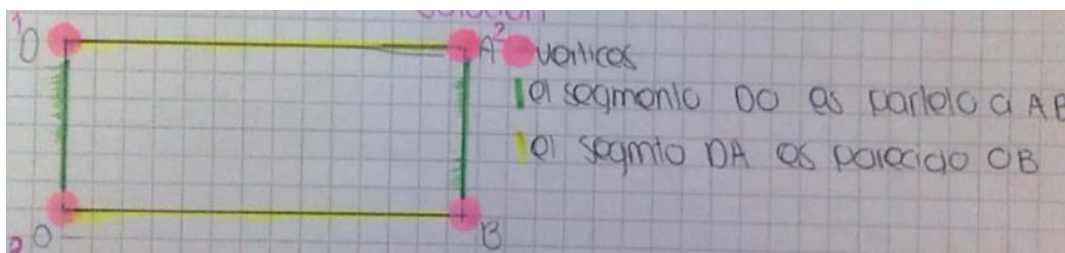


Figura 3. Asignación de nombres a los componentes de una figura.

Los estudiantes no intentan dar una explicación o justificación del paralelismo entre los pares de lados.

Al verificar las repuestas escritas, se observa un error conceptual respecto a segmentos paralelos, ya que al parecer algunos estudiantes confunden el paralelismo con la congruencia. Esto se infiere dado a que inicialmente identifican la medida de cada uno de los lados, para luego ilustrar que dos lados son paralelos por tienen la misma medida (ver figura 4).

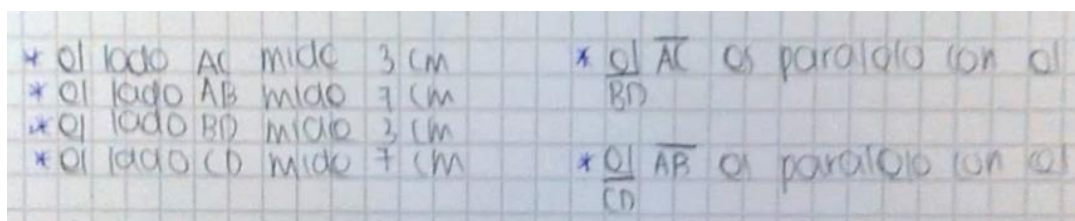


Figura 4. Uso de medidas congruentes para determinar segmentos paralelos.

Construye un paralelogramo en el cual un lado mida 4cm y el otro 6cm. ¿Habrá un solo paralelogramo que cumpla con estas condiciones?

Ninguno de los estudiantes utilizó los ángulos y las diagonales como variables para ilustrar diferentes paralelogramos que cumplieran con las condiciones dadas. De acuerdo a Homilka (2007), la experiencia geométrica vivida o la no vivida en la escuela secundaria, les impiden concebir al ángulo o a la diagonal como variables si se conocen los lados.

Algunos estudiantes aunque expresan que si existen más paralelogramos que cumpla con las condiciones, no presentan la justificación de su respuesta (ver figura 5).

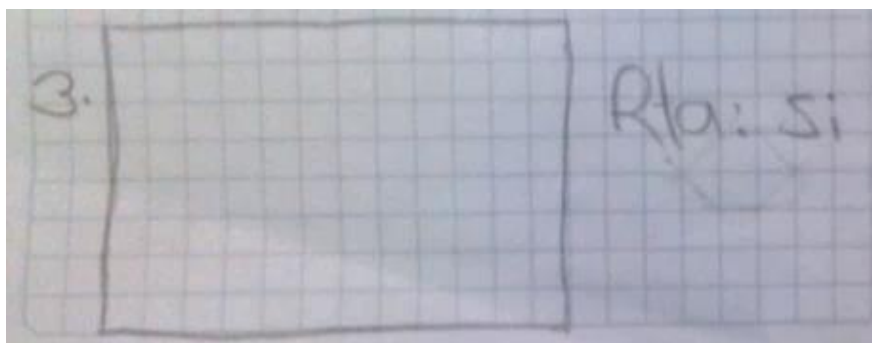


Figura 5. Respuestas sin justificación.

Algunos estudiantes solo tienen en cuenta del enunciado la condición de paralelogramo y omiten las condiciones de la medida de los lados. Esto se evidencia cuando expresan que un cuadrado cumpliría con las condiciones (ver figura 6).

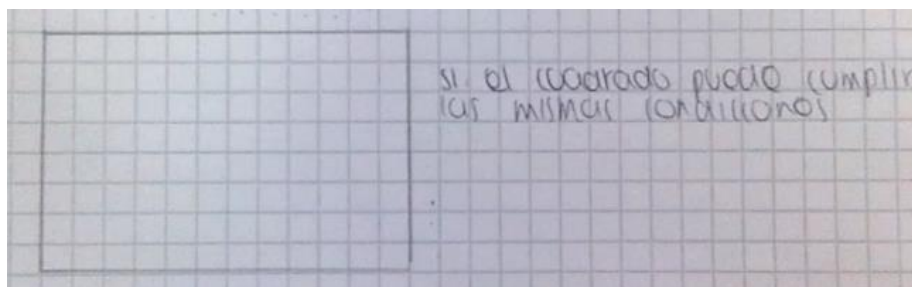


Figura 6. Omisión de propiedades geométricas de las figuras.

Se observa que los estudiantes solo ilustran una representación de paralelogramo, ya sea el rectángulo o el romboide, y en algunos casos justifican que solo existe el que representaron.

Construye otros paralelogramos cuyos pares de rectas paralelas no forme ángulos rectos al interior del cuadrilátero.

Se evidencia que algunos estudiantes tienen errores conceptuales respecto a lo que es un paralelogramo, al parecer consideran como paralelogramo aquel polígono que tiene pares de lados paralelos (*ver figura 7*). Posiblemente por que asocian el nombre de paralelogramos con paralelas.



Figura 7. Representaciones erróneas para mostrar paralelogramos.

Fase 2. Trabajo en grupos

Compara los paralelogramos que construiste anteriormente con tus compañeros de clase. ¿Son diferentes a los tuyos? ¿Qué diferencias encuentran?

Debido a los errores conceptuales de paralelogramo y conocimientos previos para desarrollar con éxito la tarea, los estudiantes no lograron establecer diferencias significativas. Sin embargo, se logra evidenciar que de acuerdo al

error conceptual que tienen de paralelogramo, establecen diferencias entre el número de lados paralelos entre los polígonos (ver figura 8).

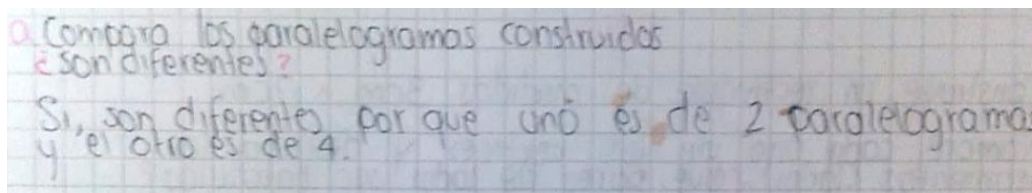


Figura 8. Errores conceptuales de la noción de paralelogramo.

*¿Cómo hacer para indicar que se puede construir muchos paralelogramos?
¿Cuántos son? ¿Por qué?*

Se observa dificultad para justificar la pregunta, ya que los estudiantes expresan que es difícil saber cuántos son (ver figura 9). Sin embargo, con la respuesta se infiere que los estudiantes percibieron que lo que se observa y se dibuja no es suficiente para concluir en geometría (Homilka, 2007).

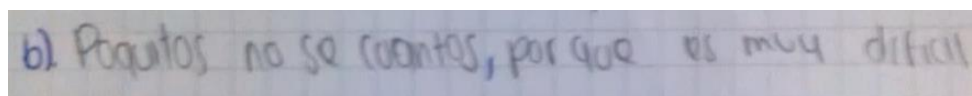


Figura 9. Contraste entre la visualización y las conjeturas.

4. Reflexiones y conclusiones

El estudio realizado, nos permite confrontar los supuestos que se habían planteado desde el análisis preliminar, pues la tendencia de las respuestas exhibe que aun cuando se entregan varias indicaciones para la construcción de paralelogramos, los estudiantes tienden a cometer errores similares durante el trabajo individual. En primer lugar, nos referimos a los errores con origen en el uso de los instrumentos, pues al exigir medidas precisas se identifica que los estudiantes no siguen los parámetros dados, por tanto las figuras no corresponden a las indicadas. Entre las dificultades más comunes, se encontró el hecho de asociar otras figuras que no correspondían a la noción de paralelogramo, en este caso se reconoce que los estudiantes presentan dificultades que radican en los conocimientos previos necesarios. Es así, que se puede decir que no hay un tratamiento adecuado de los conocimientos previos, como ángulos, diagonales, lados, cuadriláteros, triángulos, trazado de rectas paralelas y elaboración de conjeturas como se concluye en Homilka (2007), lo cual al contrastarlo con la propuesta se

evidencia que los estudiantes no recuerdan definiciones básicas de geometría, además tienden a dar respuestas mediadas por su intuición y sumándose otra dificultad, expresar de forma escrita y con elementos matemáticos sus respuestas.

Con estos resultados, se reconoce entonces, que el análisis preliminar se convierte en una herramienta de estudio importante, pues debido a su uso, se logró contrastar las respuestas previstas con los resultados recopilados en las producciones de los estudiantes, identificando que como se había previsto, los estudiantes caen repetidamente en errores y dificultades muy comunes aun cuando la tarea se elaboró tratando que los estudiantes se acercaran a la noción de paralelogramo avanzando lento y tratando de seguir un paso a paso. Es así, que se puede mencionar que en el nivel grado séptimo, deben reconocer estas nociones básicas, pero los estudiantes están presentando dificultades ya sea porque no manejan adecuadamente los conocimientos previos o los olvidan (Homilka, 2007) y cuando llega el momento de ponerlos en uso no logran emplearlos.

El hecho de que los docentes consideren el trabajo investigativo como una estrategia para la elaboración de tareas que promuevan la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es una estrategia realmente valiosa porque permite que sean conscientes del cuidado que hay que tener al elaborar una tarea que conduzca a la apropiación de conocimientos específicos por parte de los estudiantes. Esto, nos lleva a la necesidad de conocer de antemano los posibles resultados y así ser capaces de prever la eficacia y la pertinencia de llevar ciertas tareas al aula y como un propósito más formativo para el docente, manejar el análisis preliminar como parte del enfoque investigativo dentro de la ingeniería didáctica (Artigue, 1995), llenándose de elementos teóricos que le permitan llevar un estudio más complejo dentro del aula en el momento que decida enfocarse en una investigación de gran categoría en la educación matemática.

Referencias

- Artigue, M. (1995). *Ingeniería didáctica*. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Eds.). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Colombia. Una empresa docente.
- Homilka, L. (2007). *La ingeniería didáctica, un recurso importante para desarrollar prácticas argumentativas en el aula de matemáticas*. Centro de Investigaciones en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada CICATA (México)
- Godino, J.; Batanero C. y Font V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros*. Universidad de Granada. Distribución en Internet: [http://www.ugr.es/local/jgdino/edu mat-maestros](http://www.ugr.es/local/jgdino/edu%20mat-maestros)